

# VEGA

43

Aprilie 2003

## INSTITUTUL ASTRONOMIC AL ACADEMIEI ROMÂNE

organizează la București  
Sesiunea de comunicări

dedicată împlinirii a  
**125 ani de la nașterea lui Constantin Popovici**

Sesiunea va avea loc în zilele de 15 și 16 mai 2003 la sediul Institutului din str. Cutitul de Argint 5.

Dacă doriți să prezentați o comunicare, vă rugăm să completați formularul anexat și să-l trimiteți până la data de 15 aprilie a.c. pe adresa de mai jos.

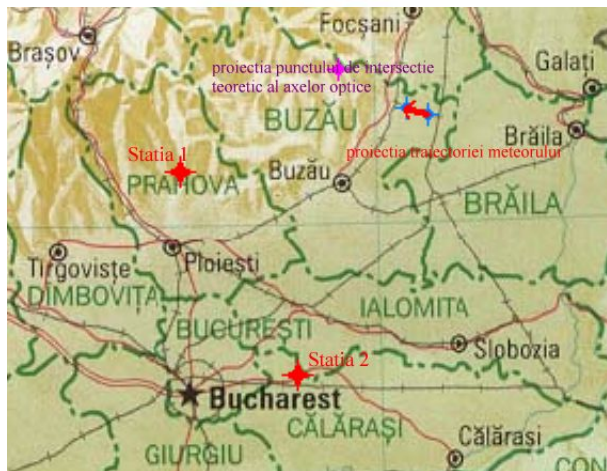
Înscrierea poate fi făcută și on-line, la <http://www.astro.ro/sesiune2003.html>.

Director,

Dr. Magda STAVINSCHI

### Cuprins:

Un intrus în spațiul aerian al României  
luat "în vizor"



Mai multe amănunte în pagina a doua

### OBSERVAȚII LA METEORI ÎN DUBLĂ STATIE

*Astroclubul București*  
<http://www.astroclubul.org>

#### Redactia

*Sonka Adrian* [bruno@astroclubul.org](mailto:bruno@astroclubul.org)  
*Alin Tolea* [alintolea@yahoo.com](mailto:alintolea@yahoo.com)  
*Valeriu Tudose* [tudosev@yahoo.com](mailto:tudosev@yahoo.com)

# Observatii la meteori în dublă stație

## Reducerea observatiilor

de Radu Gherase

### De ce fotografie? Si de ce dublă stație?

Sunt convins că spectacolul leonidelor de anul trecut a fost de neuitat pentru cei care l-au observat în conditii meteo decente. Ca de obicei, la noi în țară s-au făcut în special observatii vizuale; un lucru de altfel normal, dat fiind că nu este necesar aproape nici un efort deosebit din partea observatorului (exceptând bineînțeles lupta cu frigul si cu oboseala). Din păcate însă, informatiile utile rezultate în urma acestor observatii sunt putine si au un mare grad de incertitudine. De aceea se fac prelucrări statistice si cu cât baza de date (numărul observatiilor) este mai mare, cu atât mai bine. Bine...însa insuficient! În acest caz, informatia cheie continuta în orice raport privind activitatea meteorică (traectoria aparentă a meteorilor) tinde să fie si cea mai incertă. De ce? Ne este mai usor să analizăm prin contrast - de exemplu - luminozitatea unui obiect (magnitudinea) decât să determinăm traectoria sa, mai ales atunci când obiectul respectiv se deplasează cu o viteză relativă foarte mare si nu avem multe puncte de reper. Pentru a compensa acest neajuns se poate folosi concomitent un sistem de calcul pe care sa ruleze un program special (recomand programul "Meteor", îl găsiți pe internet: [www.imo.net](http://www.imo.net)) sau, cel mai bine, se pot face alt fel de observatii: cum ar fi cele fotografice sau cele video. Toate acestea sunt accesibile în prezent amatorilor. Dar hai să zicem că se gasesc putini amatori în România care sa umble noaptea cu camere video de mii de euro. Rămânem deci cu solutia cea mai ieftină: aparatul foto (cu film adecvat, trepied, declansator etc.) si alegerea nu e deloc rea.

"Ampranta" meteorilor pe o peliculă foto reprezintă o sursă de informatie permanentă si usor de prelucrat, chiar dacă nu pot fi înregistrati astfel decât o mică parte din meteorii vizibili cu ochiul liber în câmpul respectiv. Deseori se pot obtine date mai precise si mai importante dintr-o imagine cu un singur meteor, decât din reducerea unor observatii vizuale cuprinzând zeci de meteori. Putem afla, de exemplu: traectoria aparentă, viteză (posibil atunci când instalăm o moriscă cu viteză de rotatie adecvată si constantă în fata obiectivului), magnitudine, spectru (posibil prin interpunerea unui element dispersiv - de preferat o retea de difracție). În cazul bolizilor, putem obtine un bonus spectaculos: urma în atmosferă. Desigur, trebuie notate si datele specifice, cum ar fi: sensibilitatea filmului, locul, data, durata expunerii (timpul de început si de sfârșit al expunerii), momentul aparitiei meteorului (vorbim de fotografie neghidată), focala si deschiderea obiectivului, transparenta cerului etc.

Bun, dar ce este si pentru ce fotografierea în dublă stație?

Fotografierea în dublă stație reprezintă observarea

simultană a aceleiasi zone din atmosferă (situată la altitudini de 90 - 100 km, unde meteorii ating de obicei strălucirea maximă) de către două statii foto aflate în locuri diferite. Scopul acestei actiuni este de a "prinde" acelasi meteor din perspective (unghiuri) diferite. La ce bun? Pentru a calcula traectoria reală a meteorului respectiv în spatiu, si apoi pentru a determina elementele sale orbitale. Cum? Prin intersectarea planelor ce trec, succesiv, prin fiecare stație si prin traectoria aparentă a meteorului. si acum lucrurile încep să se complice: cunoastem faptul că distanta dintre statii trebuie să fie între 25 km si 200 km. Bănuim de ce: la o distanță mai mică de 25 km paralaxa obtinută este prea mică, iar la o depărtare de 200 km ar trebui să îndreptăm camerele efectiv una spre cealaltă, adică la orizont. De obicei se aleg distante între 40 si 120 km.

### Exemplul

Asa cum probabil cunoasteti deja, în acea noapte memorabilă de noiembrie (18 spre 19, 2002), autorul acestui articol si cu Zoltan Deak am organizat o serie de observatii fotografice în dublă stație (vezi Vega nr. 36). Din păcate, rezultatele au fost sub așteptări. De vină a fost vremea capricioasă. Mai întâi s-a stricat morisca, la care lucraseră Zoli si Eugen Bălan. Iar apoi, nori, nori... nu foarte grosi, dar suficient pentru ca în combinatie cu luna plină să rezulte aproape o catastrofă (pe clisee). Totusi... am avut un rezultat! Unul singur, îndeajuns pentru a realiza o performanță în premieră natională, cred eu! Am fotografiat acelasi meteor (chiar bolid!) din două unghiuri sensibil diferite. si, pe cliseele respective se mai pot observa, cu greu, dar distinct, dărele unor stele în miscarea lor aparentă.

Voi folosi acest exemplu în continuare pentru a putea explica mai bine modul în care se pot organiza si reduce astfel de observatii în general.

### Planificarea observatiilor

În privinta alegerii locului de observatie nu sunt prea multe de spus. Este bine să fie aleasă o zonă fără poluare luminoasă, dar de obicei locatia se stabileste după posibilitatea fiecărui observator în parte. si abia apoi începem să facem calcule. Mai întâi, distanta între statii:

Coordonate geografice:

**statia1** (Radu Gherase):  $\lambda_1=45,20^\circ\text{N}$ ;  $\phi_1=26,05^\circ\text{E}$   
**statia2** (Zoltan Deak):  $\lambda_2=44,52^\circ\text{N}$ ;  $\phi_2=26,60^\circ\text{E}$

Distanta unghiulară:

$$d_u = \arccos(\sin(\varphi_2) \cdot \sin(\varphi_1) + \cos(\varphi_2) \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \cos(\lambda_2 - \lambda_1))$$

$$d [km] = 60 \frac{[minute \ arc]}{[grad \ arc]} \cdot 1,852 \frac{[km]}{[minut \ arc]} \cdot d_u [grade \ arc]$$

în cazul nostru,  $d=87,1$  km.

După aceea stabilim intersecția direcțiilor axelor optice ale celor două camere foto, la o anumită altitudine (100 km recomandat pentru leonide) deasupra unui punct de proiectie pe suprafața terestră, punct definit prin  $\phi_p$  – latitudine, respectiv  $\lambda_p$  – longitudine. În situația aceasta, alegem o pereche ( $\phi_p, \lambda_p$ ) astfel încât să ne orientăm camerele într-o poziție cât mai convenabilă și să acoperim în câmp cam aceeași suprafață la altitudinea dată. Pentru a ne ușura sarcina putem folosi un program dedicat de calcul numit QRICHT, descărcabil de pe situl celor de la IMO (www.imo.net). Odată stabilită orientarea camerelor (centrul câmpului cunoscut atât prin coordonate azimutale cât și ecuatoriale – la un moment dat), putem trece la acțiunea propriu-zisă, adică la fotografierea simultană planificată.

Pentru exemplul ales:  $h_p=100$  km;  $\phi_p=45^\circ 35'$ ;  $\lambda_p=26^\circ 50'$ .

De menționat faptul că ambele camere au avut obiective cu focala de 50 mm, acoperind un câmp de  $(27,0 \times 39,6)^\circ$ ; ca un ajutor, iată formula pentru determinarea câmpului:

$$C = 2 \cdot \arctan\left(\frac{S}{2F}\right)$$

unde  $C$  = dimensiunea câmpului (în grade),  $S$  = dimensiunea peliculei foto exprimată în mm (de exemplu  $24 \times 36$  mm),  $F$  = focala obiectivului (în mm).

Din calcule rezultă, mai departe:

-pentru stația 1: azimut =  $235,0^\circ$ ; elevație =  $53,3^\circ$ .  
 -pentru stația 2: azimut =  $188,7^\circ$ ; elevație =  $39,8^\circ$ .

Dacă utilizăm pentru orientare un atlas stelar (constelațiile), atunci ne bazăm pe coordonatele ecuatoriale în momentul primei expunerii (s-au făcut expunerii de 25 minute cu pauză de 5 minute). Oricum, camerele vor rămâne neclintite de-a lungul întregii sesiuni de observații.

Teoretic, am avut la 19.11.2002, ora 0:00 TLR (18.11.2002, ora 22:00 TU):

-stația 1:  $\alpha_1 = 7h 22min$ ;  $\delta_1 = 54^\circ 07'$ .

-stația 2:  $\alpha_2 = 11h 51min$ ;  $\delta_2 = 82^\circ 00'$ .

## Reducerea observațiilor

*Măsurarea cliseelor și stabilirea pozițiilor exacte ale stelelor de referință*

Ok, după atâta chin, avem un rezultat. Două clisee cu același meteor, văzut diferit. Ce facem cu ele? Nimic neobisnuit, măsurăm și iar calculăm... în primul rând, încercăm să stabilim cu exactitate ce stele și-au lăsat amprenta sub formă de dăre pe cliseele noastre. După aceea, alegem câteva dintre ele (minim trei) și le calculăm – știind declinația lor – raza  $r$  până la polul ceresc (în grade). În continuare, este recomandat să scanăm cliseele, pentru a fi măsurate ușor și precis. Am decis să scanăm la o rezoluție de 1200 dpi. Imaginile digitalizate corespunzătoare au avut dimensiuni de aproximativ  $1133 \times 1700$  pixeli, cu foarte mici variații. De aici, putem transforma direct mărimea razei  $r$  din grade în noua unitate cu care măsurăm cliseul – pixeli, știind că la  $39,6$  grade corespund un număr de 1700 pixeli. Următorul pas este să verificăm dacă dărele stelelor respective sunt complete (au lungimea necesară). Pentru aceasta, sunt notate duratele expunerilor pentru fiecare stație în parte. Eu am expus atunci timp de 25 minute, Zoli timp de 27 minute, pornind

amândoi de la ora 2:00:00 TU (19.11.2002). ținând cont că o zi siderală are 23,93444 ore (timp în care stelele descriu un cerc complet de  $360^\circ$ ), se calculează arcele descrise de stele pe durata expunerilor noastre. Astfel, lungimea teoretică (în pixeli) a unei dăre va fi:

$$l_{\text{teoretic}}^{\text{pixeli}} = \frac{\pi \cdot r^{\text{pixeli}}}{180^\circ} \cdot l_{\text{arc}}^{\text{grade}}$$

Iată rezultatele calculului pentru fiecare stație, sub formă de tabel:

### Stația 1:

stea	raza [grade]	raza [pixeli]	lungime dără [grade]	lungime teoretică dără [pixeli]
$\epsilon$ Uma	34.1	1463.8 89	6.26712	160.12
$\alpha$ Uma	28.26	1213.1 82	6.26712	132.7
$\gamma$ Uma	36.33	1559.6 21	6.26712	170.59

### Stația 2:

stea	raza [grade]	raza [pixeli]	lungime dără [grade]	lungime teoretică dără [pixeli]
$\beta$ Umi	15.83	679.571	6.768488	80.28
$\gamma$ Umi	18.25	783.460	6.768488	92.55
$\alpha$ Umi	0.716	30.737	6.768488	3.63

Bun, trecem la măsurătorile propriu-zise acum, luând ca origine colțul din stânga sus al imaginii. Vom măsura coordonatele punctelor de început și de sfârșit ale dărelor. Calculăm apoi lungimea reală a dărelor, folosind diferențele pe cele două axe de coordonate și teorema lui Pitagora – rezultatele obținute de fapt subestimează un pic valoarea reală (se “liniarizează” dărele), dar nesemnificativ. În sfârșit, mai avem de calculat abaterile de la valoarea teoretică și poziția exactă a stelelor respective în momentul apariției meteorului (la ora 2:14:10 TU).

Din nou, tabelele cu calcule:

### Stația 1:

$x_{in}$	$y_{in}$	$x_{fin}$	$y_{fin}$	lungime reală dără [pixeli]	eroare relativă [%]
568	1048	637	927	139.29	-13.01
557	385	570	263	122.69	-7.54
822	748	866	602	152.49	-10.61

factor expunere	$x_c$	$y_c$
0.566667	607	979
0.566667	564	316
0.566667	847	665

## Stația 2:

$x_2$	$y_2$	$x_{12}$	$y_{12}$	lungime reală dără [pixeli]	eroare relativă [%]
1506	490	1520	419	72.37	-9.86
1570	613	1597	535	82.54	-10.82
807	298	806	302	4.12	13.55

factor expunere	$x_2$	$y_2$
0.524691	1513	453
0.524691	1584	572
0.524691	806	300

Câteva observatii cu privire la tabelele de mai sus:

- datele de pe fiecare rând corespund la câte o stea, selectată anterior;
- factorul de expunere a fost calculat raportând timpul scurs între începutul expunerii și apariția meteorului la timpul total de expunere;
- cum se calculează coordonatele stelelor în momentul apariției meteorului:

Fie  $c$  o coordonată oarecare ( $x$  sau  $y$ ).

Dacă  $cf > ci$ , atunci:  $c^* = ci + \text{factor expunere} (cf - ci)$ ;

Dacă  $cf < ci$ , atunci:  $c^* = ci - \text{factor expunere} (ci - cf)$ ;

*Calculul coordonatelor ecuatoriale ale punctelor de început și sfârșit ale dărei meteorului. Ecuațiile lui Turner*

Metoda lui Turner este folosită pe scară largă în mediile universitare pentru a calcula coordonatele stelare ale traiectoriei aparente a meteorului, utilizând pozițiile măsurate ale stelelor de reper de pe clisee. Câteva sfaturi cu privire la acest lucru le-am aflat din celebra carte a lui Matei Alexescu, "Laboratorul astrofizicianului amator", unde metoda este prezentată în paginile 164 – 166, din păcate foarte sumar și cu puține explicații. Oricum, chiar și așa poate fi înțeleasă și aplicată. Voi încerca totuși să explic în acest articol cum am procedat, pentru o înțelegere mai bună, sper eu. Mai întâi, avem nevoie de coordonatele ecuatoriale ale centrului cliseului analizat ( $\alpha_0, \delta_0$ ). Aici intervine una dintre problemele cele mai mari, pe care trebuie să o rezolvăm cât mai corect, pentru că tinde să fie factorul decisiv în privința acumulării erorilor de calcul ulterioare. Există mai multe posibilități de a afla pe  $\alpha_0$ , și  $\delta_0$ :

-se poate analiza poziția centrului în raport cu pozițiile celor mai apropiate stele de reper, folosind o hartă la scară adecvată;

-în loc de centrul geometric (dat de intersecția diagonalelor cliseului), se ia centrul de greutate al stelelor de reper, adică:

$$\alpha_0 = \frac{1}{n} \cdot \sum \alpha_j \quad \delta_0 = \frac{1}{n} \cdot \sum \delta_j$$

-se alege steaua cea mai apropiată de centru și se identifică coordonatele ei cu cele ale centrului.

În cazul pe care îl prezint, am folosit prima variantă. Desigur, centrul câmpului a fost greu de stabilit, cliseele sunt de foarte proastă calitate, practic nu am avut de ales atunci când am stabilit stelele de reper. Dar, ajutat de programul de planetariu Skymap 9, am ieșit destul de bine din impas:

Stația 1:  $\alpha_{10} = 11h 40' = 175^\circ$ ,  $\delta_{10} = 53^\circ 57' = 53,95^\circ$ ;

Stația 2:  $\alpha_{20} = 20h 12' = 303^\circ$ ,  $\delta_{20} = 83^\circ 49' = 83,82^\circ$ ;

Cred că ambii observatori merită felicitati. Amândoi au orientat camerele cu o precizie de invidiat (să nu uităm,  $\alpha_0$  corespunde momentului 2:14:10)!

Să trecem mai departe. Având acum la dispoziție coordonatele ecuatoriale aparente ale celor trei stele, precum și cele ale centrului cliseului, putem calcula mărimile  $H$ ,  $\xi$  și  $\eta$ , pentru fiecare stea în parte:

$$H_j = \sin(\delta_j) \cdot \sin(\delta_0) + \cos(\delta_j) \cdot \cos(\delta_0) \cdot \cos(\alpha_j - \alpha_0)$$

$$\xi_j = \frac{\cos(\delta_j) \cdot \sin(\alpha_j - \alpha_0)}{H_j}$$

$$\eta_j = \frac{\sin(\delta_j) \cos(\delta_0) - \cos(\delta_j) \sin(\delta_0) \cos(\alpha_j - \alpha_0)}{H_j}$$

unde  $j = 1, 2, 3$ .

Doar o observație referitoare la  $\xi$  și  $\eta$ : ele reprezintă axe ce definesc un sistem de coordonate aflat în planul cliseului nostru, originea sa fiind identică cu centrul cliseului.

Sistemul respectiv este cunoscut mai ales sub numele de sistem de coordonate tangențiale. Deși ar mai fi multe detalii interesante de prezentat, nu-mi propun în prezentul articol să expun exagerat de multe "picanterii" matematice. Pentru cei ce doresc să afle mai multe informații, le pot găsi în referințele bibliografice de la sfârșitul articolului.

Iar acum, ultima verigă din "lanțul slăbiciunilor": legătura între coordonatele măsurate  $x$  și  $y$  și perechea ( $\xi$  și  $\eta$ ), sau mai bine spus **legătura matematică între coordonatele măsurate pe cliseu și coordonatele ceresti**:

$$\frac{\xi_j - x_j}{F} = x_j a + y_j b + c$$

$$\frac{\eta_j - y_j}{F} = x_j a' + y_j b' + c'$$

În formulele de mai sus  $F$  este distanța focală a obiectivului utilizat – atenție: exprimată în aceleași unități de măsură ca și pentru valorile lui  $x$  și  $y$  (în exemplul nostru – pixeli).

Având un obiectiv cu  $f=50$  mm la ambele camere și cu 1700 pixeli corespunzători la 36 mm lungime peliculă foto:

$$F[\text{pixeli}] = 1700[\text{pixeli}] \cdot Xf[\text{mm}] / 36[\text{mm}] = 2361[\text{pixeli}]$$

Rezolvăm, pe rând, cele două sisteme de 3 ecuații cu 3 necunoscute ( $a, b, c$ , respectiv  $a', b', c'$ ) – numite și constantele cliseului sau coeficienții ecuațiilor Turner, după numele astronomului englez care a stabilit aceste relații în anul 1893:

**Stația 1:**

$\alpha_{10}$	$\delta_{10}$
175	53.95

nr. stația	nume stația	$\alpha_{1j}$	$\delta_{1j}$	$H_{1j}$	$\xi_{1j}$	$\eta_{1j}$	$x_{1j}$	$y_{1j}$	$(\xi_{1j}-x_{1j})/F$	$(\eta_{1j}-y_{1j})/F$
1	$\epsilon$ Uma	193.5292	55.9433	0.98231	0.18117	0.05930	607	979	-0.25702	-0.41463
2	$\alpha$ Uma	165.9708	61.7333	0.98733	-0.07528	0.14197	564	316	-0.23891	-0.13378
3	$\gamma$ Uma	178.4875	53.6775	0.99934	0.03606	-0.00387	847	665	-0.35873	-0.28166

a1	b1	c1	a1'	b1'	c1'
-0.000423588	0.000000166	-0.000062733	-0.000000166	-0.000423590	0.000167291

**Stația 2:**

$\alpha_{20}$	$\delta_{20}$
303	83.82

nr. stația	nume stația	$\alpha_{2j}$	$\delta_{2j}$	$H_{2j}$	$\xi_{2j}$	$\eta_{2j}$	$x_{2j}$	$y_{2j}$	$(\xi_{2j}-x_{2j})/F$	$(\eta_{2j}-y_{2j})/F$
1	$\beta$ Umi	222.65830	74.14330	0.96129	-0.28021	0.06032	1513	453	-0.64095	-0.19184
2	$\gamma$ Umi	230.16670	71.82390	0.95449	-0.31225	0.01126	1584	572	-0.67103	-0.24227
3	$\alpha$ Umi	39.02900	89.27780	0.99397	0.01261	0.10962	806	300	-0.34138	-0.12702

a2	b2	c2	a2'	b2'	c2'
-0.000423722	-0.000000011	0.000148084	0.000000009	-0.000423730	0.000092874

Transformările anterioare sunt justificate deoarece în diferite direcții de pe cliseu pot exista deformări inegale în scară, datorită:

- centrării și orientării incorecte a sistemului de coordonate tangențiale;
- aberațiilor optice (distorsiuni de câmp, neperpendicularitatea axei optice pe cliseu).

De asemenea, rezultatele se pot verifica, identificându-se cu ușurință datele eronate.

Pe fiecare cliseu vom măsura punctele de început și sfârșit ale dărei meteorului:

**Stația 1:**

$x_{1i}$ m	$y_{1i}$ m	$x_{1f}$ m	$y_{1f}$ m
1126	1054	1044	1119

**Stația 2:**

$x_{2i}$ m	$y_{2i}$ m	$x_{2f}$ m	$y_{2f}$ m
1683	613	1603	773

De aici, vor rezulta:

$$\xi_m = x_m + F \cdot (ax_m + by_m + c)$$

$$\eta_m = y_m + F \cdot (a'x_m + b'y_m + c')$$

În final, iată coordonatele ecuatoriale ale punctelor

meteorului:

$$\Delta = \cos(\delta_0) - \eta_m \sin(\delta_0)$$

$$\Gamma = \sqrt{\xi^2 + \Delta^2}$$

$$\alpha_m = \alpha_0 + \arctan\left(\frac{\xi}{\Delta}\right)$$

$$\delta_m = \arctan\left(\frac{\sin(\delta_0) + \eta \cos(\delta_0)}{\Gamma}\right)$$

Revenind la cazul nostru:

**Stația 1:**

$\xi_{1i}$ m	$\eta_{1i}$ m	$\xi_{1f}$ m	$\eta_{1f}$ m	$\Delta_{1i}$	$\Delta_{1f}$	$\Gamma_{1i}$	$\Gamma_{1f}$	$\alpha_{1i}$ m	$\alpha_{1f}$ m	$\delta_{1i}$ m	$\delta_{1f}$ m
0.1635	-0.1521	0.1964	-0.1263	0.7115	0.6906	0.7300	0.7180	187.939	190.877	44.564	45.637

**Stația 2:**

$\xi_{2i}$ m	$\eta_{2i}$ m	$\xi_{2f}$ m	$\eta_{2f}$ m	$\Delta_{2i}$	$\Delta_{2f}$	$\Gamma_{2i}$	$\Gamma_{2f}$	$\alpha_{2i}$ m	$\alpha_{2f}$ m	$\delta_{2i}$ m	$\delta_{2f}$ m
-0.3538	-0.0040	-0.3251	-0.0739	0.1116	0.1811	0.3709	0.3722	230.510	242.115	69.531	69.326

Determinarea poziției radiantului

Pentru aceasta am folosit ecuația unui cerc care trece prin 3 puncte; cercul respectiv poate fi identificat fără probleme cu cercul imaginar descris pe sfera cerească prin "prelungirea" dărei meteorului observat dintr-un loc anume:

$$\tan(\delta_i) \cdot \sin(A - \alpha_f) + \tan(\delta_f) \cdot \sin(\alpha_i - A) + \tan(D) \cdot \sin(\alpha_f - \alpha_i) = 0$$

unde  $\alpha_i$  și  $\delta_i$  sunt coordonatele ecuatoriale ale începutului dărei

-  $\alpha_f$  și  $\delta_f$  sunt coordonatele ecuatoriale ale sfârșitului dărei

-A, D sunt coordonate necunoscute ale unor puncte situate pe sfera cerească pe același cerc cu punctele  $(\alpha_i, \delta_i)$ , respectiv  $(\alpha_f, \delta_f)$

Acăștea fiind spuse, putem să determinăm matematic poziția radiantului, având la dispoziție traiectoriile aparente ale meteorului (cercurile) vizibile din două stații. Punctul de radiant se află chiar la intersecția acestor cercuri. Dezvoltând ecuația de mai sus pentru fiecare stație în parte, vom obține un sistem de două ecuații cu două necunoscute x și y – din care rezultă ușor coordonatele radiantului:

$$c_{j1}x + c_{j2}y = c_{j3}$$

, unde:

$$j=1,2 \text{ (pentru fiecare stație)}$$

$$x = \tan(A_R), \text{ AR fiind ascensia radiantului}$$

$$y = \frac{\tan(D_R)}{\cos(A_R)}, \text{ DR fiind declinația radiantului}$$

$$c_{j1} = \tan(\delta_{ji}) \cos(\alpha_{jf}) - \tan(\delta_{jf}) \cos(\alpha_{ji})$$

$$c_{j2} = \tan(\delta_{ji}) \sin(\alpha_{jf}) - \tan(\delta_{jf}) \sin(\alpha_{ji})$$

$$c_{j3} = \sin(\alpha_{jf} - \alpha_{ji})$$

Iată **poziția radiantului** determinată pentru

meteorul nostru:

$$A_x = 9h 59m 28s \quad D_x = 17^\circ 10' 51''$$

Conform datelor preluate de la IMO, radiantul ar fi pe la  $\alpha=10h12m$ ,  $\delta=22^\circ$ . Observăm că valorile teoretice prezise si cele calculate sunt asemănătoare (mai puțin declinația). Oricum, valorile reale pot oscila destul de mult față de cele estimate teoretic.

Unghiul de convergență (între arcele de cerc observate din cele două stații) este de aproximativ  $20^\circ$ , suficient de mare pentru a permite măsurări precise.

**Determinarea coordonatelor geocentrice ecuatoriale ale meteorului**

Mai întâi avem nevoie de câteva relații de legătură: -între coordonatele geocentrice rectangulare terestre ( X,Y,Z ) si coordonatele geodezice:

Fie mărimile:

- B** – latitudinea geodezică
- L** – longitudinea geodezică
- $\phi$  – latitudinea geografică
- $\lambda$  – longitudinea geografică
- H** – altitudinea deasupra elipsoidului terestru
- N** – raza de curbură a secțiunii primului vertical
- e** – excentricitatea elipsoidului terestru
- a** – semiaxa mare a elipsoidului terestru
- b** – semiaxa mică a elipsoidului terestru

Cunoscând, pentru ambele stații:

$$a = 6378,16 \text{ km}$$

$$b = 6356,77 \text{ km}$$

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = 0,0824$$

$$L \approx \lambda$$

$$B \approx \phi$$

$\phi$

$\lambda$

H

$$N = a(1 - e^2 \sin^2 B)^{-1/2}$$

aflăm, pentru fiecare stație în parte, coordonatele geocentrice rectangulare, cu formulele:

$$X = (N + H) \cos B \cos L$$

$$Y = (N + H) \cos B \sin L$$

$$Z = [N(1 - e^2) + H] \sin B$$

Iată rezultatele:

**Statia 1:**

$\alpha_1$ [°]	$\delta_1$ [°]	$H_1$ [km]	$N_1$ [km]	$X_1$ [km]	$Y_1$ [km]	$Z_1$ [km]
45.200	26.050	0.300	6389.090	4044.811	1977.158	4502.943

**Statia 2:**

$\alpha_2$ [°]	$\delta_2$ [°]	$H_2$ [km]	$N_2$ [km]	$X_2$ [km]	$Y_2$ [km]	$Z_2$ [km]
44.520	26.800	0.050	6388.832	4073.149	2039.681	4449.202

-între coordonatele **geocentrice rectangulare terestre** (X,Y,Z) si **coordonatele geocentrice stelare** (X',Y',Z'):

$$X' = X \cos(\theta_G) - Y \sin(\theta_G)$$

$$Y' = X \sin(\theta_G) + Y \cos(\theta_G)$$

$Z' = Z$ , unde  $\theta_G$  este diferența unghiulară dintre axele din planul ecuatorului ale celor două sisteme de coordonate, reprezentată de timpul sideral Greenwich (în engleză, prescurtat: GST). Dat fiind că observația a fost făcută simultan de către ambele stații, este evident faptul

că "GST" este același:  $\theta_G = 91,4875^\circ$ .

Rezultă în continuare:

**Statia 1:**

$$X_1' = -2081,490 \text{ km}$$

$$Y_1' = 3992,123 \text{ km}$$

$$Z_1' = 4502,943 \text{ km}$$

**Statia 2:**

$$X_2' = -2144,728 \text{ km}$$

$$Y_2' = 4018,829 \text{ km}$$

$$Z_2' = 4449,202 \text{ km}$$

Deși acum cunoaștem coordonatele geocentrice stelare ale stațiilor, observațiile au fost făcute în sistem topocentric (cu originea în locul de stație). Deci ținem cont și de acest lucru atunci când facem **intersecția spațială** (prin care vom determina în final poziția meteorului în sistem geocentric stelare).

Iată cum se face:

-avem **coordonatele ecuatoriale**  $\alpha_j$ ,  $\delta_j$  ale începutului, respectiv  $\alpha_{jf}$ ,  $\delta_{jf}$  ale sfârșitului dăreți, înregistrate de ambele stații  $j=1,2$ . În exemplul nostru nu-i chiar așa, deoarece n-am "prins" din nici un unghi dâra întregă; eu am "prins" partea de început, Zoli partea de sfârșit, restul (destul de puțin) fiind în afara cadrului. Ca atare, am considerat ca sfârșit (la mine), respectiv început (la Zoli), punctele în care dâra iese din cadru; ceea ce va conduce la erori destul de mari, desigur, dar măcar vom avea un rezultat aproximativ.

-lucrăm în două etape, mai întâi cu perechea  $\alpha_j$ ,  $\delta_j$ : -se scriu cosinusii directori corespunzători fiecărui unghi de observație:

$$l' = \cos(\delta) \cos(\alpha) \quad m' = \cos(\delta) \sin(\alpha)$$

$$n' = \sin(\delta)$$

-apoi, se aplică rototranslația în spațiu (la sistem geocentric):

$$x = X' + l' \cdot \rho \quad y = Y' + m' \cdot \rho \quad z = Z' + n' \cdot \rho$$

, unde x, y, z sunt chiar necunoscutele noastre, iar  $\rho$  este raza vectorială.

-relațiile anterioare scrise pentru fiecare stație dau, prin scădere, un sistem de ecuații de forma:

$$l_1' \cdot \rho_1 - l_2' \cdot \rho_2 = X_2' - X_1'$$

$$m_1' \cdot \rho_1 - m_2' \cdot \rho_2 = Y_2' - Y_1'$$

$$m_1' \cdot \rho_1 - m_2' \cdot \rho_2 = Y_2' - Y_1'$$

, deci 3 ecuații cu 2 necunoscute  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ .

Nu trebuie să ne facem iluzii. Nu vom găsi o pereche de soluții comună pentru toate ecuațiile. Erorile de observație sunt inevitabile. Practic, se alege două ecuații, pentru care determinantul minor are valoare maximă, din care se deduc cele două necunoscute. Valorile obținute înlocuite în a treia ecuație ne vor ajuta mai departe să obținem eroarea  $\epsilon$ .

-avându-l la dispoziție acum pe  $\rho$ , calculăm  $x_j$ ,  $y_j$ ,  $z_j$  pentru fiecare stație (ar trebui să aibă cam aceeași valoare pe o axă, dacă  $\epsilon$  e mic), și facem media, pentru o mai bună estimare:

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2} \quad z_m = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

-și, în sfârșit, legătura între coordonatele geocentrice rectangulare și cele geocentrice ecuatoriale ( $r$ ,  $\alpha'$ ,  $\delta'$ ):

$$\alpha' = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad \delta' = \arctan\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

**Notă:** Pentru a afla altitudinea meteorului se scade din  $r$  calculat anterior raza Pământului la latitudinea locului de observatie ( în cazul nostru, la aproximativ  $45^\circ$  latitudine, adică raza medie a Pământului:  $R_{med} = 6366,746 \text{ km}$  ) reluăm calculele precedente, de data aceasta cu  $\alpha_f, \delta_f$  .

### Rezultatele finale:

Punctul de început:

$$\begin{aligned} \alpha_{1i} &= 187,938887^\circ & \alpha_{2i} &= 230,510080^\circ \\ \delta_{1i} &= 44,564365^\circ & \delta_{2i} &= 69,530934^\circ \end{aligned}$$

j	$l_j$	$m_j$	$n_j$	$?, [\text{km}]$
1	-0.705634	-0.098403	0.701710	140.976
2	-0.222390	-0.269878	0.936861	162.954

$$\epsilon = 3.44 \text{ km}$$

$$x_m = -2180,967 \text{ km} \quad y_m = 3976,552 \text{ km}$$

$$z_m = 4601,867 \text{ km}$$

$$\alpha' = 118,7429^\circ \pm 0,0104^\circ = 7 \text{ h } 54 \text{ m } 58,3 \text{ s} \pm 2,5 \text{ s}$$

$$\delta' = 45,4170^\circ \pm 0,0095^\circ = 45^\circ 25' 1'' \pm 35''$$

$$r = 6461,173 \text{ km} \pm 1,048 \text{ km}$$

$$h = r - R_{med} = 94,427 \text{ km} \pm 1,048 \text{ km}$$

Punctul de sfârșit:

$$\begin{aligned} \alpha_{1f} &= 190,877198^\circ & \alpha_{2f} &= 242,115495^\circ \\ \delta_{1f} &= 45,636706^\circ & \delta_{2f} &= 69,325818^\circ \end{aligned}$$

j	$l_j$	$m_j$	$n_j$	$?, [\text{km}]$
1	-0.686644	-0.131943	0.714921	129.752
2	-0.165120	-0.312061	0.935603	156.587

$$\epsilon = 5.04 \text{ km}$$

$$x_m = -2170,583 \text{ km} \quad y_m = 3972,484 \text{ km}$$

$$z_m = 4595,705 \text{ km}$$

$$\alpha' = 118,6524^\circ \pm 0,0153^\circ = 7 \text{ h } 54 \text{ m } 36,6 \text{ s} \pm 3,7 \text{ s}$$

$$\delta' = 45,4327^\circ \pm 0,014^\circ = 45^\circ 25' 58'' \pm 50''$$

$$r = 6452,332 \text{ km} \pm 1,552 \text{ km}$$

$$h = r - R_{med} = 84,034 \text{ km} \pm 1,552 \text{ km}$$

Ca o observatie suplimentară si oarecum importantă pentru cei ce doresc să afle natura fizică a bolidului, acesta s-a “aprins” în atmosferă la o altitudine de aproximativ 94 km si s-a “stins” cam pe la 84 km altitudine.

### Concluzii

Scopul final al observatiilor în dublă stație este determinarea elementelor orbitale ale meteoroidului care intră în atmosferă; din păcate, acest ultim pas nu a putut fi făcut în cazul exemplului nostru deoarece nu s-au putut obține date referitoare la viteza meteorului (morisca s-a stricat din cauza umezelii). Voi reveni asupra acestui lucru, sper, cu ocazia unor observatii ulterioare.

Observatiile fotografice în dublă stație sunt deosebit de valoroase. Amatorii din România sunt

încurajati cu această ocazie pentru a organiza astfel de observatii.

Ca în majoritatea cazurilor, este necesară multă răbdare, mai ales pentru prelucrarea datelor. Este benefic să se dispună de un calculator pe care să fie instalate – si să funcționeze – programe asemănătoare cu Astrorec (din păcate acesta e inutilizabil fără baza de date Sky Catalogue 2000 , care costă!).

Factori care influențează decisiv rezultatele finale:

-stabilirea cu precizie (cam 30 m) a locațiilor (coordonatele geografice) stațiilor.

-înregistrarea corectă a momentelor de început si de sfârșit ale expunerii.

-determinarea exactă momentului apariției meteorului.

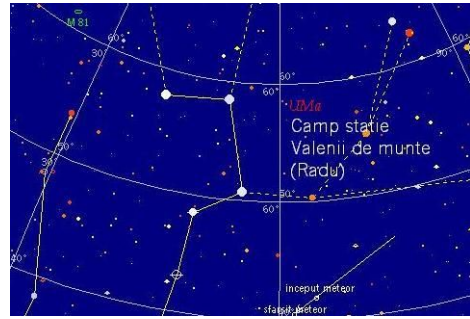
-înregistrarea dărei întregi a meteorului pe ambele clisee.

-mărirea unghiului de convergență (de preferat mai mare de  $20^\circ$ ).

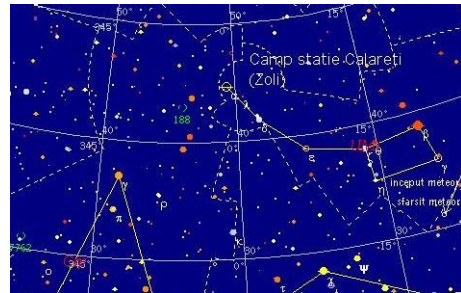
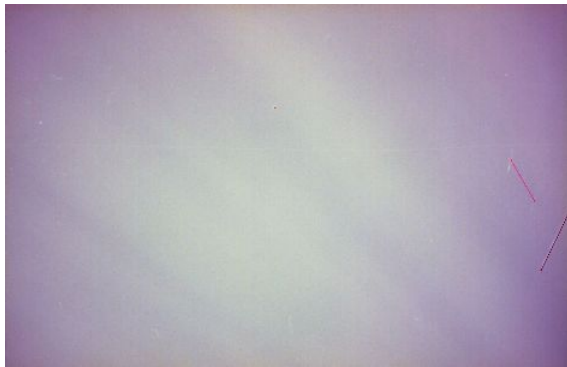
-calitatea imaginii analizate, influențată de: calitatea opticii, distanța focală, claritatea dărelor înregistrate, zgometul de fond.

### Bibliografie

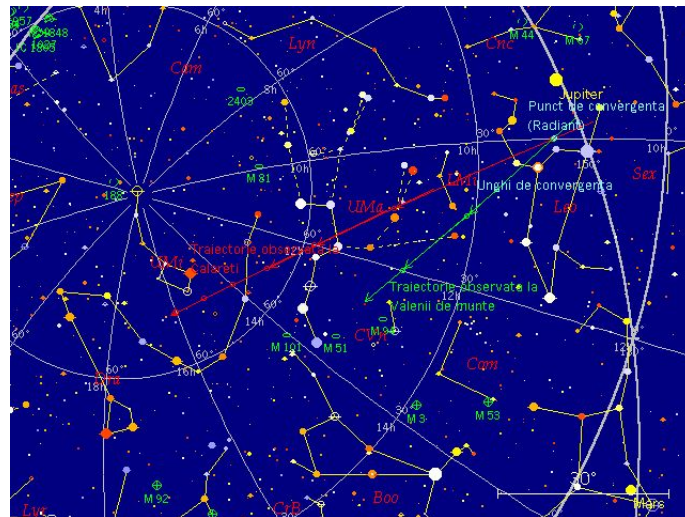
M.Alexescu – Laboratorul astrofizicianului amator  
A. Dinescu – Introducere în geodezia geometrică spațială  
International Meteor Organization – Handbook For Photographic Meteor Observations  
Astronomy & Astrophysics Supplement Series 128 – Precision meteor orbits obtained by the Dutch Meteor Society – Photographic Meteor Survey (1981 – 1993)



**Meteorul surprins pe film de Radu Gherase în localitatea Vălenii de Munte (stânga) și poziția sa printre stele (dreapta).**



**Acelasi meteor surprins pe film de Zoli Deak în localitatea Călăreți (stânga) și poziția sa printre stele (dreapta).**



**Traiectoria combinată a meteorului. se observă locul unde se intersectează cele două traiectorii. Acela este radiantul.**